ステップ 演習 ▶確率 （講義編 p.14、16 参照）

(1)　赤玉 6 個、白玉 4 個を入れた袋から無作為に 4 個の玉を取り出す。このとき、取り出した玉の中に少なくとも 1 個は白玉がある確率を求めよ。

(2)　サイコロを n 回投げるとき、出た目の積が 6 の倍数である確率を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ 確認 ▶確率

(1)　サイコロを 5 回投げる。出た目の種類が 4 種類になる確率を求めよ。

(2)　サイコロを n 回投げるとき次の確率を求めよ。

（ア）　出た目の最大が 5 である確率

（イ）　出た目の最小が 2、最大が 5 である確率

(1)

(2)

（ア）

（イ）

ステップ 演習 ▶条件付き確率・原因の確率 （講義編 p.18、21 参照）

(1)　＋と書かれた赤玉が 5 個、＋と書かれた白玉が 2 個、－と書かれた赤玉が 4 個、－と書かれた白玉が 3 個、計 14 個の玉が袋の中に入っている。この中から 2 個の玉を取り出したところ、2 つとも白玉であった。このとき、2 つとも－と書かれている確率を求めよ。

(2)　うっかり君は訪問先を出るときに、被ってきた帽子を 4 分の 1 の確率で置き忘れる。ある日帽子を被って出かけたうっかり君が、3 軒の訪問を終えて帰ってきたところ、帽子を忘れたことに気づいた。3 軒目の訪問先で帽子を忘れた確率を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶条件付き確率・原因の確率

(1)　ある学校では男女比は3：7である。また、女子で自転車通学をしている人は学校全体の25％である。この学校の女子を無作為に1人選んだとき、自転車通学をしている確率は何％か。

(2)　2％の人が罹患している疾病がある。この疾病について検査するとき、罹患していない人でも陽性と出る確率が5％、罹患している人が陽性と出る確率は90％であるとする。ある人がこの検査を受けて陽性と出た。この人がこの疾病に罹患している確率は何％か。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶1変量のデータ（ヒストグラム、代表値、標準偏差）（講義編 p.29 参照）

15 人のクラスで数学のテストをしたところ、点数の結果は次のようであった。

56、68、47、30、47、85、77、65

28、36、52、51、57、52、44

(1)　20 点以上 30 点未満、30 点以上 40 点未満、……というように階級を取って、度数分布表、ヒストグラムを描け。

(2)　このデータの平均 $\overline{x}$、メジアン、モードを求めよ。

(3)　このデータの分散 ${s_x}^2$、標準偏差 s_x を求めよ。

(1)

(2)

(3)

ジャンプ

確認 ▶1変量のデータ（ヒストグラム、代表値、標準偏差）

部員が 16 人いるサークルで心拍数を測定した。結果は次のようであった。

63、67、68、73、62、55、74、71、
70、64、58、63、64、73、74、57

(1)　55 以上 60 点未満、60 以上 65 未満、……というように階級を取って、度数分布表、ヒストグラムを描け。

(2)　このデータの平均 $\overline{x}$、メジアン、モードを求めよ。

(3)　このデータの分散 ${s_x}^2$、標準偏差 s_x を求めよ。

(1)

(2)

(3)

ステップ

演 習 ▶2変量のデータ（散布図、相関係数、回帰直線） （講義編 p.41 参照）

ある駅の不動産屋で8件の賃貸物件（1LDK）の駅からの徒歩時間（分）と1か月の賃貸料（万）を調べたところ、（徒歩時間，賃貸料）は、

(1, 8)、(3, 6)、(3, 5)、(4, 7)、(6, 6)、(7, 5)、(7, 6)、(9, 5)

であった。徒歩時間を変量 x、賃貸料を変量 y とし、次の問いに答えよ。

(1)　散布図を描け。

(2)　相関係数 r_{xy} を求めよ。

(3)　回帰直線を求め、散布図に描き込め。

(1)

(2)

(3)

ジャンプ 確認 ▶2変量のデータ（散布図、相関係数、回帰直線）

10 人が数学と英語のテストをしたところ、点数の組（数学，英語）は、

(93, 87)、(77, 67)、(65, 78)、(68, 62)、(55, 68)

(52, 52)、(46, 57)、(42, 50)、(32, 54)、(20, 45)

であった。数学の点数を変量 x、英語の点数を変量 y とし、次の問いに答えよ。

(1)　散布図を描け。

(2)　相関係数 r_{xy} を求めよ。

(3)　回帰直線を求め、散布図に描き込め。

(1)

(2)

(3)

ステップ

演習 ▶確率密度関数の決定 （講義編 p.96、106 参照）

(1)　連続型確率変数 X の確率密度関数が、

$$f(x)=\begin{cases} c-x & (0\leqq x\leqq 1) \\ 0 & (x<0,\ 1<x) \end{cases}$$

であるとする。定数 c を求めよ。また、$E[X]$、$V[X]$、累積分布関数 $F(x)$ を求めよ。

(2)　連続型確率変数 X の確率密度関数が、

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{c}{1+x^2} & (0\leqq x\leqq \sqrt{3}) \\ 0 & (x<0,\ \sqrt{3}<x) \end{cases}$$

であるとする。定数 c を求めよ。また、$E[X]$、$V[X]$、累積分布関数 $F(x)$ を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ 確認 ▶確率密度関数の決定

(1)　連続型確率変数 X の確率密度関数が、

$$f(x)=\begin{cases} cx^2 & (0\leqq x\leqq 2) \\ 0 & (x<0,\ 2<x) \end{cases}$$

であるとする。定数 c を求めよ。また、$E[X]$、$V[X]$、累積分布関数 $F(x)$ を求めよ。

(2)　連続型確率変数 X の確率密度関数が、

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{c}{\sqrt{1-x^2}} & (0\leqq x\leqq 1) \\ 0 & (x<0,\ 1<x) \end{cases}$$

であるとする。定数 c を求めよ。また、$E[X]$、$V[X]$、累積分布関数 $F(x)$ を求めよ。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶ χ^2 分布の平均・分散、F 分布の平均・分散

(講義編 p.96 参照)

(1)　$x \geqq 0$ で定義された確率変数 X の確率密度関数が

$$f(x)=kx^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{1}{2}x} \quad (n \text{ は正の整数})$$

であるとき、k を求めよ。また、$E[X]$、$V[X]$ を求めよ。

(2)　$x \geqq 0$ で定義された確率変数 X の確率密度関数が

$$f(x)=\frac{kx^{\frac{m}{2}-1}}{(n+mx)^{\frac{m+n}{2}}} \quad (n \geqq 3\text{、}n,\ m \text{ は整数})$$

であるとき、k を求めよ。また、$E[X]$、$V[X]$ を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ 確認 ▶確率密度関数　ガンマ分布の平均・分散、t分布の平均・分散

(1)　$x \geqq 0$ で定義された連続型確率変数 X の確率密度関数が

$$f(x)=cx^{k-1}e^{-\frac{x}{\theta}}\ (k>0、\theta>0)$$

であるとき、c を定めよ。また、$E[X]$、$V[X]$ を求めよ。

(2)　実数全体で定義された連続型確率変数 X の確率密度関数が

$$f(x)=k\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}\ (n \geqq 3)$$

であるとき、k を定めよ。また、$E[X]$、$V[X]$ を求めよ。

(1)

(2)

ステップ 演習 ▶同時確率分布 （講義編 p.135 参照）

X、Y の同時確率分布が下の表で与えられている。

$X \backslash Y$	2	7	10
1	$\dfrac{1}{15}$	$\dfrac{2}{15}$	$\dfrac{3}{15}$
6	$\dfrac{3}{15}$	$\dfrac{4}{15}$	$\dfrac{2}{15}$

このとき、$E[X]$、$E[Y]$、$V[X]$、$V[Y]$、$\mathrm{Cov}[X,\ Y]$、$\rho[X,\ Y]$ を求めよ。

ジャンプ

確認 ▶同時確率分布

4 枚のカードに 1 から 4 の数字が書かれている。4 枚の中から同時に 2 枚を取り、大きい方の数を X、小さい方の数を Y とする。
このとき、$E[X]$、$E[Y]$、$V[X]$、$V[Y]$、$\mathrm{Cov}[X,\ Y]$、$\rho[X,\ Y]$ を求めよ。

ステップ

演習 ▶期待値の和 （講義編 p.142 参照）

(1)　サイコロを n 回投げるという試行を考える。この試行で出た目の種類の数を確率変数 X とおくとき、$E[X]$ を求めよ。

(2)　1 から 7 までの数が書かれた 7 枚のカード、$\boxed{1}$、$\boxed{2}$、…、$\boxed{7}$ がある。これを裏返して山にする。そこから 1 枚手元に取る。次に、山からカードを 1 枚取り、それが手元のカードより小さい数であれば手元のカードと入れ替える。これを山のカードがなくなるまで繰り返す。カードを入れ替えた回数を確率変数 X とおくとき、$E[X]$ を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確 認 ▶期待値の和

(1)　A、B を合わせて 10 個並べて作る順列 2^{10} 個の中から等確率で 1 個を選ぶ試行を考える。この試行で、「同じ文字の連なり」の個数を確率変数 X とおく。このとき、$E[X]$ を求めよ。例えば、AABBAAABAB において連なりは、AA、BB、AAA、B、A、B と数え、$X=6$ である。

(2)　サイコロをくり返し投げる。すべての目が出るまでにかかる回数を確率変数 X とおく。$E[X]$ を求めよ（ヒント：幾何分布の期待値を用いる）。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶E、Vの公式 （講義編 p.148 参照）

確率変数X、Yについて、

$$E[X]=3、E[X^2]=10、E[Y]=2、E[Y^2]=9、E[XY]=5$$

である。このとき、確率変数Z、Wを

$$Z=X+2Y-1 \qquad W=2X-3Y-2$$

と定める。

(1)　$V[Z]$、$V[W]$を求めよ。

(2)　$\rho[Z,\ W]$を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確 認 ▶E、V の公式

確率変数 X、Y について、

$$E[X]=2、E[X^2]=7、E[Y]=-1、E[Y^2]=3$$

であるとき、

$$\mathrm{Cov}[X-2Y-1,\ 4X+Y-3]$$

の取りうる範囲を求めよ。

ステップ

演習 ▶同時確率密度関数 （講義編 p.153 参照）

2 次元の連続型確率変数（X, Y）の同時確率密度関数を

$$f(x,\ y)=\begin{cases} kx(x+y) & (0\leqq x\leqq 1,\ 0\leqq y\leqq 1) \\ 0 & (\text{上記以外で}) \end{cases}$$

とする。

(1)　k を求めよ。

(2)　X の周辺密度関数 $f_X(x)$、Y の周辺密度関数 $f_Y(y)$ を求めよ。

(3)　相関係数 $\rho[X,\ Y]$ を求めよ。

(1)

(2)

(3)

ジャンプ 確認 ▶同時確率密度関数

2次元の連続型確率変数 (X, Y) の同時確率密度関数を、xy 平面全体で定義される

$$f(x, y) = k\exp[-x^2+2xy-5y^2]$$

とする。

(1) k を求めよ。

(2) X の周辺密度関数 $f_X(x)$、Y の周辺密度関数 $f_Y(y)$ を求めよ。

(3) 相関係数 $\rho[X, Y]$ を求めよ。

(1)

(2)

(3)

ステップ

演習 ▶確率変数の変換(1 次元、その 1)　(講義編 p.171 参照)

連続型確率変数 X の確率密度関数を、

$$f(x)=\begin{cases} ce^{-5x} & (x \geqq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$$

とする。

(1)　c を定め、$E[X]$、$V[X]$ を求めよ。

(2)　確率変数 Y を $Y=2X+3$ で定めるとき、確率密度関数 $g(y)$、$E[Y]$、$V[Y]$ を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶確率変数の変換（1 次元、その 1）

連続型確率変数 X の確率密度関数を、

$$f(x)=\begin{cases} c\sin x & (0\leqq x\leqq \pi) \\ 0 & (x<0,\ \pi<x) \end{cases}$$

とする。

（1）　c を定め、$E[X]$、$V[X]$ を求めよ。

（2）　確率変数 Y を $Y=3X-1$ で定めるとき、確率密度関数 $g(y)$、$E[Y]$、$V[Y]$ を求めよ。

（1）

(2)

ステップ

演習 ▶確率変数の変換(1 次元、その 2)

(講義編 p.172 参照)

(1) 連続型確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$ $(-\infty<x<\infty)$

のとき、確率変数 $Y=X^2$ の確率密度関数 $g(y)$ を求めよ。

(2) 連続型確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} & (x\geqq 0)\\ 0 & (x<0)\end{cases}$

のとき、確率変数 $Y=\sqrt{X}$ の確率密度関数 $g(y)$ を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ 確認 ▶確率変数の変換（1 次元、その 2）

(1)　連続型確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{n}\,B\left(\frac{1}{2},\ \frac{n}{2}\right)}\left(1+\dfrac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$

（$-\infty<x<\infty$）のとき、確率変数 $Y=X^2$ の確率密度関数 $g(y)$ を求めよ。

(2)　連続型確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}x^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{x}{2}} & (x>0)\\ 0 & (x\leqq 0)\end{cases}$

のとき、確率変数 $Y=\sqrt{X}$ の確率密度関数 $g(y)$ を求めよ。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶確率変数の四則演算 （講義編 p.176、179、181 参照）

2 つの独立な連続型確率変数 X、Y がそれぞれ、指数分布 $Ex(\lambda)$、$Ex(\mu)$ に従うとする。確率変数 Z を $X+Y$、$X-Y$、X/Y とするとき、それぞれの場合に確率密度関数 $g(z)$ を求めよ。

ジャンプ 確認 ▶確率変数の四則演算

2つの独立な連続型確率変数 X、Y がそれぞれ、一様分布 $U(0,\ 1)$ に従うとする。このとき、確率変数 Z を $X+Y$、$X-Y$、XY、X/Y とするとき、それぞれの場合に確率密度関数 $f(z)$ を求めよ。

ステップ

演習 ▶ 確率変数の変換（t 分布の確率密度関数の導出）

（講義編 p.183、186 参照）

2 つ確率変数 Y、Z が独立で、Y が自由度 n の χ^2 分布、Z が標準正規分布 $N(0,\ 1^2)$ に従うとき、$X=\dfrac{Z}{\sqrt{\dfrac{Y}{n}}}$ で定義される確率変数 X の確率密度関数を求めよ。

ジャンプ

確認 ▶確率変数の変換（F 分布の確率密度関数の導出）

2つの確率変数 Y、Z が独立で、Y が自由度 m の χ^2 分布、Z が自由度 n の χ^2 分布に従うとき、$X=\dfrac{\left(\dfrac{Y}{m}\right)}{\left(\dfrac{Z}{n}\right)}$ で定義される確率変数 X の確率密度関数を求めよ。

ステップ

演習 ▶積率母関数 （講義編 p.194、195 参照）

(1)　ポアソン分布 $Po(\lambda)$ の積率母関数 $\varphi_X(t)$ を求め、$Po(\lambda)$ の平均、分散を計算せよ。

（確率質量関数は、$P(X=k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ （$\lambda>0$、k は 0 以上の整数））

(2)　自由度 n の χ^2 分布 $\chi^2(n)$ の積率母関数 $\varphi_X(t)$ を求め、$\chi^2(n)$ の平均、分散を計算せよ。

（確率密度関数は、$f_n(x)=\dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}$ （$x>0$））

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶積率母関数

(1)　ガンマ分布 $\Gamma(n,\ \alpha)$ の積率母関数 $\varphi_X(t)$ を求め、$\Gamma(n,\ \alpha)$ の平均、分散を計算せよ。

$$\left(\text{確率密度関数は、} f(x)=\frac{1}{\Gamma(n)\alpha^n}x^{n-1}e^{-\frac{x}{\alpha}}\ (x\geqq 0)\right)$$

(2)　一様分布 $U(a,\ b)$ の積率母関数を求め、$U(a,\ b)$ の平均、分散を計算せよ。

$$\left(\text{確率密度関数は、} f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} & (a\leqq x\leqq b)\\ 0 & (x<a,\ b<x)\end{cases}\right)$$

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶不偏推定量 (講義編 p.213 参照)

同じ母集団から抽出した大きさ m の標本 M と大きさ n の標本 N がある。M、N のそれぞれの不偏分散を確率変数と見たものを ${U_M}^2$、${U_N}^2$ とする。このとき、

$$T=\frac{(m-1){U_M}^2+(n-1){U_N}^2}{m+n-2}$$

は、母分散 σ^2 の不偏推定量であることを示せ。

ジャンプ

確認 ▶不偏推定量

母集団が$N(\mu,\ \sigma^2)$に従っているとする。ここからn個を取り出し、その値を確率変数X_1、X_2、…、X_nとする。確率変数$\overline{X}$、S^2を

$$\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)、S^2=\frac{1}{n}\{(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+\cdots+(X_n-\overline{X})^2\}$$

とするとき、確率変数

$$T=\frac{\sqrt{n}\,\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{2}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}S$$

は、母集団の標準偏差σの不偏推定量であることを示せ。

（ヒント：別冊 p.40 のχ^2分布の確率密度関数を用いる。）

ステップ

演習 ▶最尤推定量 （講義編 p.218 参照）

(1)　母集団が正規分布 $N(\mu,\ \sigma^2)$ に従っているものとする。母平均は既知であるとする。標本が x_1、x_2、…、x_n のとき、母分散 σ^2 を最尤法で推定せよ。

(2)　母集団がポアソン分布 $Po(\lambda)$ に従っているものとする。標本が x_1、x_2、…、x_n のとき、パラメータ λ を最尤法で推定せよ。

(1)

(2)

ジャンプ 確認 ▶最尤推定量

母集団が正規分布 $N(\mu,\ \sigma^2)$ に従っているものとする。母平均 μ、母分散 σ^2 はともに未知であるものとする。標本が x_1、x_2、…、x_n のとき、母平均 μ、母分散 σ^2 を最尤法で推定せよ。

ステップ

演習 ▶母平均の区間推定 （講義編 p.231、235 参照）

正規分布に従う母集団から抽出した標本のデータが、

35　32　38　41　29　34　31　32　34

であった。

(1)　母分散 σ^2 が 11 であるとして、母平均 μ を信頼係数 95％で区間推定せよ。

(2)　母分散 σ^2 が未知であるとして、母平均 μ を信頼係数 95％で区間推定せよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶母平均の区間推定

正規分布に従う母集団から抽出した標本のデータが、

61　65　68　59　70　64　54　57　62　66　67

であった。

(1)　母分散 σ^2 が 20 であるとして、母平均 μ を信頼係数 99% で区間推定せよ。

(2)　母分散 σ^2 が未知であるとして、母平均 μ を信頼係数 99% で区間推定せよ。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶母分散の区間推定 （講義編 p.236、238 参照）

正規分布に従う母集団から抽出した標本のデータが、

83　82　91　87　84　83　81　88　86

であった。

(1)　母平均 μ が 86 であるとして、母分散 σ^2 を信頼係数 95％で区間推定せよ。

(2)　母平均 μ が未知であるとして、母分散 σ^2 を信頼係数 95％で区間推定せよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶母分散の区間推定

正規分布に従う母集団から抽出した標本のデータが、

48　36　46　38　47　37　43　41

であった。

(1)　母平均 μ が 43 であるとして、母分散 σ^2 を信頼係数 99%で区間推定せよ。

(2)　母平均 μ が未知であるとして、母分散 σ^2 を信頼係数 99%で区間推定せよ。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶母比率の推定・検定 （講義編 p.240 参照）

特性 A を持つ比率が p である十分大きな母集団がある。大きさ 200 の標本を採ったところ、特性 A を持つものが 140 であった。

(1) 母比率 p を信頼度 95％で区間推定せよ。

(2) 母比率 p が 0.60 であることを有意水準 5％で両側検定せよ。

(1)

(2)

ジャンプ 確認 ▶母比率の推定・検定

数万人の有権者がいる選挙区で、無作為に 400 人を抽出し、政党 A の支持率 p を調査したところ、政党 A を支持する人は 80 人であった。

(1)　この選挙区の政党 A の支持率 p を信頼度 99% で区間推定せよ。

(2)　支持率 p が 0.30 より小さいと言えるかを有意水準 1% で片側検定せよ。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶第1種の誤り、第2種の誤り （講義編 p.249 参照）

(1)　正規分布に従う母集団の平均 μ を検定する。帰無仮説 H_0、対立仮説 H_1 を

$H_0 : \mu=45$

$H_1 : \mu=47$

とする。母分散 400 とし、100 個の大きさの標本を取ることにする。標本平均が 48 以上のとき H_0 を棄却することにする。このとき、第1種の誤りを起こす確率と第2種の誤りを起こす確率を求めよ。

(2)　袋の中に赤玉、白玉が合計で 10 個入っている。赤玉の個数 a を検定する。帰無仮説 H_0、対立仮説 H_1 を

$H_0 : a=4$

$H_1 : a=2$

とする。6 個の玉を取り出し、赤玉の個数が 0 個または 1 個のとき、H_0 を棄却する。

このとき、第1種の誤りを起こす確率と第2種の誤りを起こす確率を求めよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶第１種の誤り、第２種の誤り

(1)　正規分布に従う母集団の分散 σ^2 を検定する。帰無仮説 H_0、対立仮説 H_1 を

$H_0 : \sigma^2 = 70$

$H_1 : \sigma^2 > 70$

とする。20 個の大きさの標本を取ることにする。標本の不偏分散 u^2 が 100 以上のとき H_0 を棄却することにする。このとき、第１種の誤りを起こす確率と第２種の誤りを起こす確率を求めよ。ただし、第２種の誤りの確率を求めるときは、$\sigma^2 = 90$ として計算せよ。ただし、$\chi^2(19)$ の分布を調べるときは、Excel などを用いよ。

(2)　X 市における H 球団のファンの比率 p を検定する。無作為に７人を選んで検定をする。帰無仮説 H_0、対立仮説 H_1 を

$H_0 : p = 0.6$

$H_1 : p = 0.2$

とする。「H のファンであるか」という質問に対し、ファンであると答えた人が０人または１人の場合に H_0 を棄却する。

このとき、第１種の誤りが起こる確率、第２種の誤りが起こる確率を求めよ。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶ 母平均 μ の検定(母分散 σ^2 既知、未知)

（講義編 p.245、251 参照）

学年全体で 100 点満点のテストをした。この中から 10 人を抜き出して点数を調べたところ、

84、74、93、55、65、72、58、43、75、81

であった。ただし、学年全体の点数分布は正規分布で近似できるものとして考えよ。

(1)　学年全体の点数の分散 σ^2 が 18^2 であると分かっているとき、学年の平均点 μ が 60 点より大きいと言えるかを有意水準 5% で片側検定せよ。

(2)　学年全体の点数の分散 σ^2 が分からないとき、学年の平均点 μ が 60 点より大きいと言えるかを有意水準 5% で片側検定せよ。

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶母平均 μ の検定（母分散 σ^2 既知、未知）

Aさんがある晩ダーツを7ゲームしたところ、点数は

351、398、412、374、328、360、346

であった。以下の場合について検定をせよ。ただし、Aさんのダーツの点数は正規分布で近似できるものとして考えよ。

(1)　Aさんのダーツの点数の分散 σ^2 が 26^2 であると分かっているとき、平均点 μ が346点より大きいと言えるかを有意水準5%で片側検定せよ。

(2)　Aさんのダーツの点数の分散 σ^2 が分からないとき、平均点 μ が346点より大きいと言えるかを有意水準5%で片側検定せよ。

(1)

(2)

ステップ 演習 ▶母分散 σ^2 の検定(母平均 μ 既知、未知) (講義編 p.253、254 参照)

Aさんがある日、砲丸投げを6投したところ、

7.88　6.92　7.53　6.56　7.13　7.21

という成績であった。今までのAさんの砲丸投げの分散 σ^2 が 0.98 であるか、0.98 より小さいか、(1)、(2) のそれぞれの場合について、有意水準5%で検定せよ。

(1)　Aさんの今までの平均点 μ が 7.01 点であると分かっているとき。

(2)　Aさんの今までの平均点 μ が分からないとき。

(1)

(2)

ジャンプ

確認 ▶母分散 σ^2 の検定（母平均 μ 既知、未知）

Aさんがある日、ボーリングを8ゲームしたところ、

144、180、176、139、153、166、175、147

という得点であった。今までのAさんのボーリングの得点の分散 σ^2 が720であるか、720より小さいか。(1)、(2) のそれぞれの場合について、有意水準5％で検定せよ。

(1)　Aさんの今までの平均点 μ が155点であると分かっているとき。

(2)　Aさんの今までの平均点 μ が分からないとき。

(1)

(2)

ステップ

演習 ▶母平均の差の検定 （講義編 p.260、262、265 参照）

A 市と B 市の中学校で業者テストをした。
A 市の中から無作為に選んだ生徒 13 人のテストの平均点は 70 点、
B 市の中から無作為に選んだ生徒 9 人のテストの平均点は 55 点であった。
このとき、A 市の全体の平均点と B 市の全体の平均点が等しいか、次の場合について、それぞれ有意水準 5% で両側検定せよ。ただし、A 市も B 市も点数の分布は正規分布であるとして考えよ。

(1)　A 市の全体の点数の分散が 250、B 市の全体の点数の分散が 300 と分かっているとき。

(2)　A 市の 13 人の不偏分散が 290、B 市の 9 人の不偏分散が 350 であり、A 市の点数の分散と B 市の点数の分散が等しいと分かっているとき。

(3)　A 市の 13 人の不偏分散が 290、B 市の 9 人の不偏分散が 350 であり、A 市の点数の分散と B 市の点数の分散が等しいかどうか分かっていないとき。

(1)

(2)

(3)

ジャンプ 確 認 ▶母平均の差の検定

A さんと B さんは走り幅跳びの選手である。

ある日、A さんが 8 回、B さんが 11 回の跳躍をして記録を取ったところ、A さんの飛距離の平均は 7.71m、B さんの飛距離の平均は 8.12m であった。

A さんよりも B さんの方が走り幅跳びの実力が上（平均が上）であるか、次の 3 つの場合について、それぞれ有意水準 5% で検定せよ。

(1)　今までの A さんの飛距離の分散が 0.13、今までの B さんの飛距離の分散が 0.21 と分かっているとき。

(2)　A さんの 8 回の跳躍の不偏分散が 0.21、B さんの 11 回の跳躍の不偏分散が 0.29 であり、今までの A さんの飛距離の分散と B さんの飛距離の分散が等しいと分かっているとき。

(3)　A さんの 8 回の跳躍の不偏分散が 0.21、B さんの 11 回の跳躍の不偏分散が 0.29 であり、今までの A さんの飛距離の分散と B さんの飛距離の分散が等しいかどうか分かっていないとき。

(1)

(2)

(3)

ステップ

演習 ▶等分散検定 （講義編 p.277 参照）

ある飲食チェーン店のオフィス街にある A 店と住宅地にある B 店の売り上げの分散を検定する。A 店の 5 日間の売り上げと B 店の 7 日間の売り上げがそれぞれ以下のようであった。A 店の方が売り上げ（単位：万円）の分散が小さいと言えるかを、有意水準 5% で検定せよ。

A 店　35、47、29、43、41

B 店　44、32、53、64、50、46、40

ジャンプ

確 認 ▶等分散検定

A 市、B 市で市民の垂直飛びの分散を検定する。

A 市民の中から 10 人を無作為に選んで垂直飛びの高さを計測したところ、標本分散 ${s_A}^2$ は 94 であった。また、B 市民の中から 15 人を無作為に選んで垂直飛びの高さを計測したところ、標本分散 ${s_B}^2$ は 31 であった。

このとき、A 市の市民の方が垂直飛びの分散が大きいと言えるかを有意水準 5 %で検定せよ。

ステップ

演習 ▶適合度検定 （講義編 p.285 参照）

6 枚のコインがある。これらのコインを一度に投げることを 1 回の試行とする。試行を 1280 回くり返し、表の枚数を記録すると次のようになった。6 枚のコインが正しいコイン（表裏の出る確率が 2 分の 1 ずつであるコイン）であるかどうか、有意水準 5％で検定せよ。

枚数	0	1	2	3	4	5	6
回数	17	101	251	409	343	132	27

ジャンプ

確認 ▶適合度検定

ある店で1日当たりの来客数を200日間記録した結果は次の表の通り。

来客	0	1	2	3	4	5以上
日数	24	45	56	40	23	12

この表の分布が平均2のポアソン分布 $Po(2)$ であると見なしてよいか、有意水準5%で検定せよ。$Po(2)$ の確率質量関数の値は次の表を用いよ。

k	0	1	2	3	4	5以上
P	0.135	0.271	0.271	0.180	0.090	0.053

ステップ

演 習 ▶独立性の検定 （講義編 p.289 参照）

さけ、いわし、たいのうちどれが好きであるか、288 人にアンケート（択一回答）を取った。25 歳未満、25 歳以上 50 歳未満、50 歳以上に分けて集計すると次の表のようになった。魚の選好は年齢によらないものであるかを、有意水準 5％で検定せよ。

年齢＼魚	さけ	いわし	たい	計
25 歳未満	20	28	24	72
25 歳以上 50 歳未満	18	51	99	168
50 歳以上	10	17	21	48
計	48	96	144	288

ジャンプ

確認 ▶独立性の検定

日本人 300 人とフランス人 300 人に、血液型を問うアンケートをしたところ、次のような結果を得た。日本とフランスで、各血液型の割合が同じであると言えるか、有意水準 5% で検定せよ。

国＼血液型	A	B	O	AB	計
日本	114	66	93	27	300
フランス	132	24	131	13	300
計	246	90	224	40	600